

## 4. КАРТОГРАФСКЕ ПРОЈЕКЦИЈЕ<sup>1</sup>

Суштинска карактеристика географске карте јесте та да је она математички одређен приказ Земљине закривљене површи у равни. Свакој тачки на Земљиној површини придружена је на одређени начин једна тачка у равни – тачка карте. Положај тачке на равни карте одређен је правоуглим  $(x, y)$  или поларним  $(\rho, \delta)$  координатама, које зависе од њених географских  $(\varphi, \lambda)$  или хоризонтских  $(z, \alpha)$  координата на Земљиној лопти. Та зависност одређује *картографску пројекцију* – начин приказивања тачака Земљине површине на равни карте. На пример, ако се екватор и гринички меридијан, учртани на географској карти света, узму за осе правоуглог координатног система и ако за сваку тачку у том систему, чије су координате  $(x, y)$ , вреди  $x = R\lambda$ ,  $y = R\varphi$ , тада је дефинисано пресликавање тачака Земљине лопте чије су географске координате  $(\varphi, \lambda)$  на раван  $xy$  (раван карте). Такво пресликавање назива се *квадратна пројекција*.

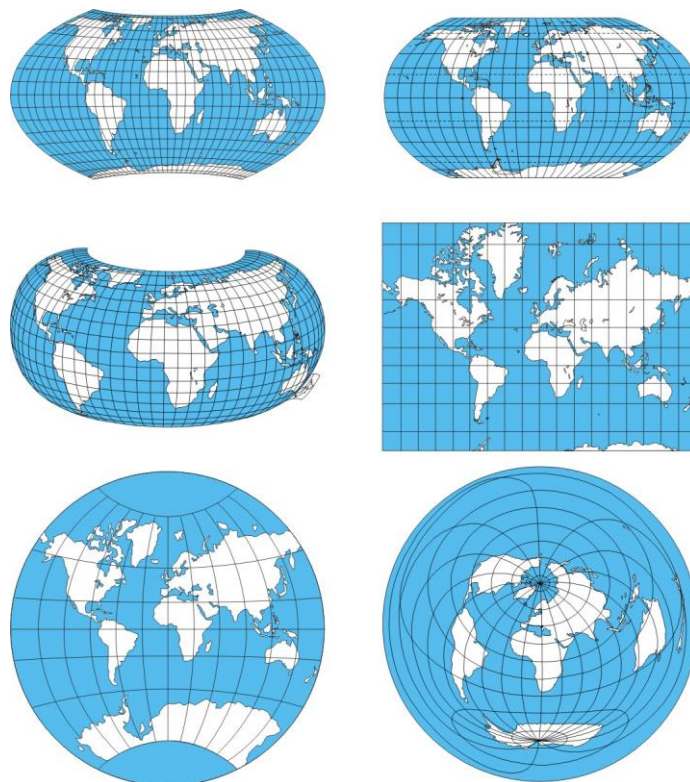
Може се такође рећи да су картографске пројекције начини приказивања географске координатне мреже глобуса у равни географске карте. Како је Земљину сферну површ немогуће развити у раван а да не дође до деформација то се и координатне линије географске мреже (меридијани и паралеле), које су на глобусу кружнице, трансформишу у равни у неке друге линије и цела координатна мрежа добија најразличитије облике, у зависности од изабране пројекције. Географска координатна мрежа пројектована на раван назива се *картографска мрежа* и служи као основа на коју се онда наносе остали географски садржаји.

Теоретски, картографских пројекција има бесконачно много. У литератури је проучено око три стотине пројекција, од којих се неколико десетина користи у картографској пракси. Оне претежно носе имена људи којима је приписано ауторство. Картографске пројекције се детаљно проучавају у оквиру *математичке картографије* која је темељна картографска дисциплина.

Свим картографским пројекцијама је заједничко то што се њима не може постићи веран приказ Земљине површи у равни – *деформације су неизбежан пратилац географских карата* (као пример може послужити слика 1). На географској карти се деформишу удаљености, површине и углови (ликови). Постоје пројекције којима се могу елиминисати деформације површина (*еквивалентне пројекције*), као и пројекције којима се постиже сличност бесконачно малих ликова (*конформне пројекције*), али не постоје пројекције којима би се потпуно избегле обе деформације заједно. Све остале картографске пројекције по карактеру деформација спадају у групу *произвољних*. Међу произвољним се издвајају *еквидистантне пројекције*. То су пројекције код којих је сачуван линијски размер дуж одређених праваца (тзв. главних праваца деформација). Само дуж тих праваца на географским картама се могу директно мерити удаљености као и на глобусу.

<sup>1</sup> Извод из књиге: Тадић, М. (2004). *Математичка географија*. Београд: ЗУНС.

Изузетак су географске карте на којима су приказани мањи делови Земљине површине који се могу сматрати равнима. То су *топографске карте* које се раде у размерима код којих је  $M$  мање од 200 000.



Слика 1. – Картографске мреже за карте света у шест картографских пројекција: Гринтенова, Робинсонова, Хамерова, Армадило, Меркаторова и Постелова

#### 4.1. Азимутне пројекције

Све картографске пројекције се деле на две велике групе – на *праве* (једноставне) и *конвенционалне*. У прву групу спада једна шестина познатих пројекција. Код њих се пројцирање тачака Земљине површине врши на геометријски једноставне површи – на раван, на омотач цилиндра или омотач конуса. Из ове групе биће разматране само *азимутне пројекције* зато што се њихова својства често користе за решавање различитих задатака из математичке географије.

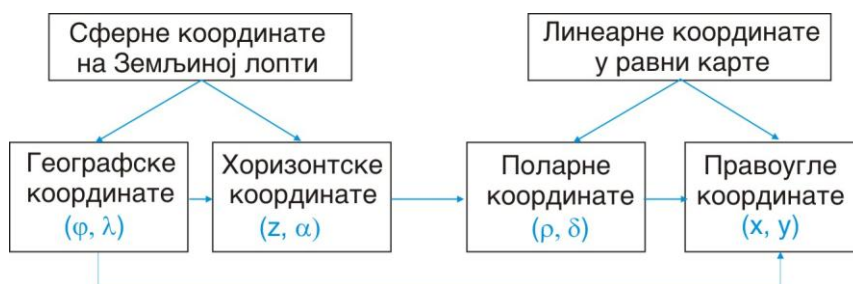
Код азимутних пројекције се преношење тачака са Земљине лопте врши директно на раван коју називамо *пројекцијска раван*. То је раван која додирује Земљину лопту у изабраној тачки (конструкциони пол  $T_0$ ) или је сече по изабраној кружници – *додирне* и *секуће азимутне пројекције*.

Пројекциона раван може бити нормална на поларну осу географског координатног система (*поларне* или *нормалне пројекције*), може да заклапа оштри угао с њом (*хоризонтске* или *косе пројекције*) или да буде паралелна с њом (*екваторијалне* или *попречене пројекције*). Код додирних пројекција географска ширина ( $\varphi_0$ ) конструкционог пола у наведеним случајевима задовољава услов:  $\varphi_0 = \pm 90^\circ$ ,  $90^\circ > \varphi_0 > 0^\circ$ ,  $\varphi_0 = 0^\circ$ , респективно. У нормалним

азимутним пројекцијама паралеле су упоредне пројекцијској равни, а меридијани нормални на њу тако да картографска мрежа има најједноставнији облик.

Међутим, најједноставнији облик у свим азимутним пројекцијама има хоризонтска координатна мрежа пренесена са Земљине лопте. Ма који положај имала, пројекцијска раван је увек нормална на поларну осу (вертикалу) хоризонтског координатног система коме је додирна тачка  $T_0$  координатни почетак, па се хоризонтска координатна мрежа увек приказује у нормалном облику. У свим азимутним пројекцијама алмукантарати се приказују као концентричне кружнице описане из центра пројекције, а вертикали као праве које се радијално разилазе из центра пројекције под угловима једнаким оним на Земљиној лопти. Отуда и назив *азимутне* за ову групу пројекција.

За додирну тачку се бира тачка  $T_0$  са заокруженим географским координатама најближа центру оног дела Земљине површине који се жели приказати. Код азимутних пројекција најједноставније је ту тачку узети као координатни почетак, па према обрасцима (1) и (2) одређивати хоризонтске координате  $(z, \alpha)$  свих осталих тачака – у првом реду координате пресечних тачака географске координатне мреже изабране густоће. Дакле, линеарне координате  $(x, y)$  или  $(\rho, \delta)$  тачака на карти не треба одређивати, директно из географских јер је практичније прво преко географских координата одредити хоризонтске, па онда на основу њих – линеарне координате.

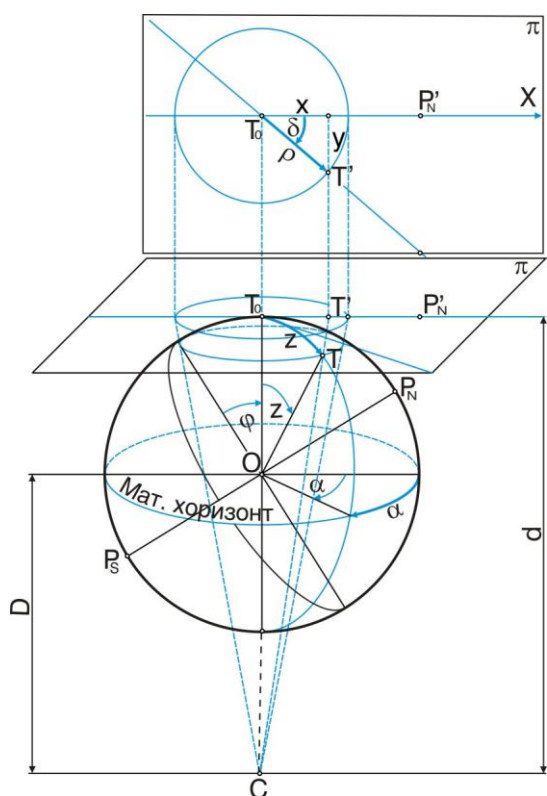


Због своје улоге у конструкцији азимутних пројекција, у математичкој географији се хоризонтска координатна мрежа на Земљиној лопти назива још и *конструкциона мрежа*. Аналогно томе, координатни почетак  $T_0$  (*центар пројекције*) јесте *конструкциони пол*, вертикала у координатном почетку је *конструкциона оса*, а  $z$  и  $\alpha$  су *конструкционе координате*. Пресликана на карту конструкциона мрежа се назива *нормална картографска мрежа*. Она је само посредник за конструкцију *основне картографске мреже* коју у равни карте чине меридијани и паралеле. Нормална картографска мрежа наноси се само на специјалне карте (поморске, ваздухопловне, радарске, метеоролошке).

#### 4.2. Перспективне азимутне пројекције

Азимутне пројекције се деле на *перспективне* и *неперспективне*. Перспективне пројекције су најстарије од свих пројекција. Код њих се картографске мреже конструишу у смислу нацртне геометрије, а код неперспективних – на основу посебно постављених геометријских и математичких услова.

Код перспективних азимутних пројекција све тачке се преносе на раван централним пресликавањем из једне тачке – *центра пројицирања* или *центра перспективе* – који лежи на *конструкционој оси* или на њеном продужетку. На слици 2 приказана је Земљина лопта (глобус) са *пројекцијском равни*  $\pi$  (*раван карте*) која је додирује у *конструкционом полу*  $T_0$ . На продужетку конструкционе осе је центар пројицирања  $C$ , који је удаљен од пројекцијске равни за  $d$ , а од центра Земље за  $D$ . На Земљиној лопти је дата тачка  $T$  с хоризонтским координатама  $z$  и  $\alpha$  и тачка  $T'$  која је *пројекцијским зраком*  $CTT'$  пресликана на раван  $\pi$  у којој јој је положај одређен поларним ( $\rho, \delta$ ) или правоуглим координатама ( $x, y$ ).



У математичкој географији и картографији меридијански правац је основни првац и од њега се у смеру кретања казаљке на часовнику одмерава азимут, па су осе  $X$  и  $Y$  правоуглог координатног система у картографији постављене обрнуто у односу на математику. Правоугле координате се лако одређују преко поларних трансформационих образаца (сл. 3),

$$x = \rho \cdot \cos \delta = \rho \cdot \cos \alpha,$$

$$y = \rho \cdot \sin \delta = \rho \cdot \sin \alpha.$$

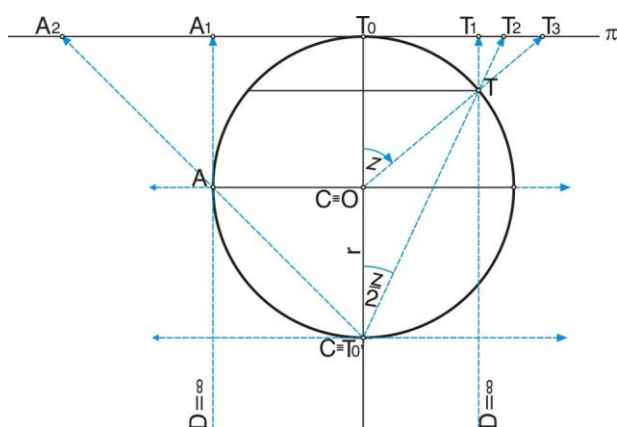
Поларна удаљеност  $\rho$  зависи од зенитне удаљености дате тачке и од удаљености центра пројицирања од пројекцијске равни.

У зависности од величине  $d$ , тј. од положаја центра пројицирања  $C$  перспективне азимутне пројекције се деле на четири групе. Слика 3 одговара некој *спољној пројекцији* код које је  $\infty > d > 2R$ . Мада постоји неколико пројекција названих према именима аутора (Де ла Хир ( $D = 1,707R$ ), Парент ( $D = 1,595R$ ), Цларке ( $D = 1,367R$ ), оне се не користе у математичкој географији. У *математичкој географији се користе ортографска, стереографска и гномонске пројекције*. Код ортографске пројекције центар пројицирања је у бесконачно далекој тачки ( $d = \infty$ ), код стереографске – на површини Земљине лопте у тачки антиподној конструкционом полу ( $d = 2R$ ), а код гномонске пројекције – у центру Земљине лопте ( $d = R$ ).

Код ортографских пројекција је свеједно да ли пројекцијска раван додирује или сече Земљину лопту – слика и њен размер остају исти. Паралеленим помицањем пројекцијске равни код стереографске и гномонске пројекције слика остаје иста уз промењен размер. У сваком од наведених случајева долази до деформација које постаје све израженије с удаљавањем од центра пројекције (*тачка нултих деформација*). Те деформације се разликују од пројекције до пројекције (таб. 1).

**Табела 1. – Карактер деформација азимутних картографских пројекције**

Пројекција	По карактеру деформација	Посебно обележје
Ортографска	Произвољна (еквидистантна)	Недеформисани алмукантарати
Стереографска	Конформна	Све кружнице се пресликавају такође као кружнице
Гномонска	Произвољна	Све велике кружнице се пресликавају као праве линије



Као и у свим азимутним пројекцијама, вертикале се приказују као радијалне праве које међусобно заклапају исте углове као и на Земљиној лопти ( $\delta = \alpha$ ). Алмукантарати су концентричне кружнице чији се радијуси одређују по обрасцима наведеним у табели 2, а до којих је лако доћи помоћу слике 3; тачка Т с површине глобуса радијуса  $r$  пресликана је у ортографској пројекцији у положај  $T_1$ , у стереографској – у положај  $T_2$  и у гномонској у положај –  $T_3$ .

**Табела 2. – Обрасци за одређивање радијуса алмукантарата код азимутних пројекција**

Пројекција	D	Радијус алмукантарата	Колики се део сфере може приказати
Ортографска	$\infty$	$\rho = r \cdot \sin z$	Једна хемисфера
Стереографска	R	$\rho = 2r \cdot \operatorname{tg} \frac{z}{2}$	Мање од целе сфере
Гномонска	0	$\rho = r \cdot \operatorname{tg} z$	Мање од хемисфере

У обрасцима у табели 1,  $r$  је радијус глобуса, тј. радијус Земљине лопте смањен у главном размеру карте.